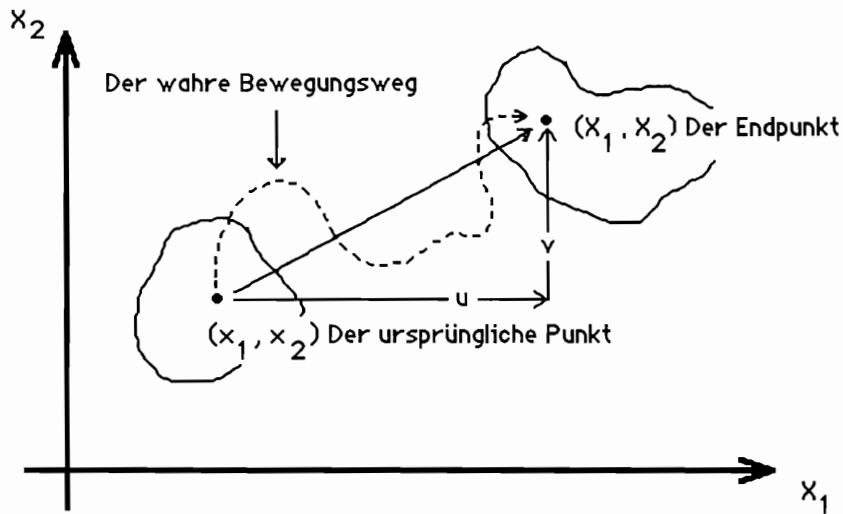


Finite Verformung durch Verschiebung

Verschiebung in zwei Dimensionen



Die Verschiebung kann auf zwei Arten beschrieben werden -

a) als Verschiebungsvektor

Der Verschiebungsvektor verbindet die ursprüngliche Lage eines Punktes (x_1, x_2) mit dem Endpunkt (X_1, X_2) . Er entspricht nicht notwendigerweise dem wahren Bewegungsweg. Der Vektor hat zwei Komponenten: u parallel zur x_1 -Achse und v parallel zu x_2 . Im allgemeinen sind u und v Funktionen von x_1 und x_2 .

$$\begin{aligned} u &= X_1 - x_1 & u &= f_1(x_1, x_2) \\ v &= X_2 - x_2 & v &= f_2(x_1, x_2) \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} X_1 &= x_1 + u \\ X_2 &= x_2 + v \end{aligned}$$

In Matrizen-Form

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

z.B. wenn u und v lineare Funktionen von x_1 und x_2 sind, gibt es:

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix}$$

"Verschiebungsgradienten"

b) als Koordinatentransformation

$$\begin{aligned} \text{d.h.} \quad X_1 &= f_1(x_1, x_2, t) \\ X_2 &= f_2(x_1, x_2, t) \end{aligned}$$

wenn diese lineare Funktionen sind, gibt es:

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix}$$

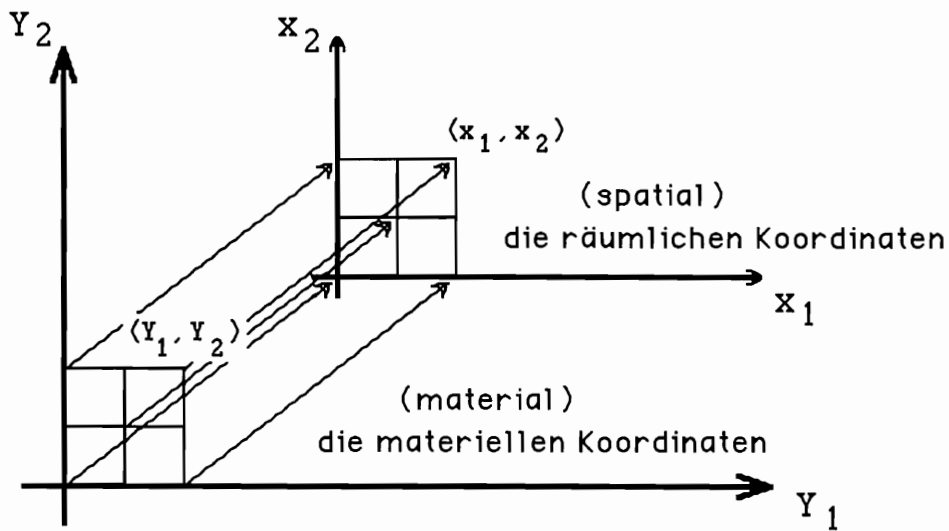
"Verformungsgradienten"

wo es klar zu sehen ist, dass $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & 1+u_{22} \end{pmatrix}$

Es gibt verschiedene Arten von Verschiebung:

1. Körpertranslation

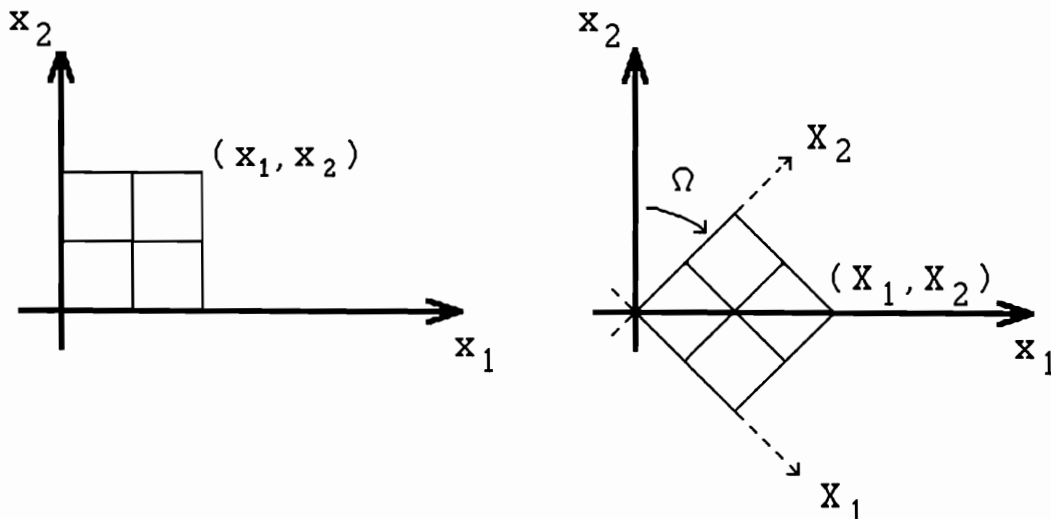
u and v sind dann Konstanten.



$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

Die Verschiebungsvektoren für alle Punkte sind gleich. Weil wir oft in der Strukturgeologie keinen Beweis für die Körpertranslation haben, arbeiten wir gewöhnlicherweise nur mit den räumlichen Koordinaten (z.B. in den folgenden Absätzen).

2. Körper Rotation



Die Körper-Rotation lässt sich in 2 Dimensionen durch eine einfache Koordinatentransformation wie folgt beschreiben:

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Omega & -\sin \Omega \\ \sin \Omega & \cos \Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

oder voll ausgeschrieben :

$$\begin{aligned} X_1 &= \cos \Omega x_1 - \sin \Omega x_2 \\ X_2 &= \sin \Omega x_1 + \cos \Omega x_2 \end{aligned}$$

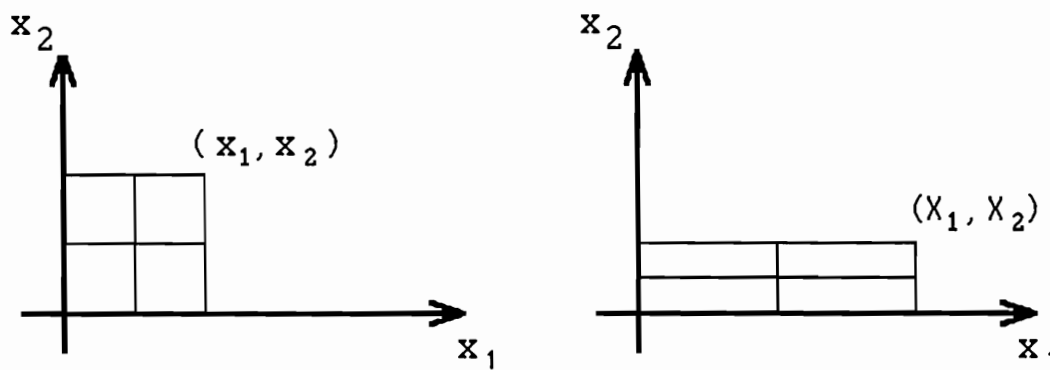
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \text{ -- ursprünglicher Zustand}$$

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \text{ -- endlicher oder verformter Zustand}$$

In diesem Fall hat Ω keine Vorzeichenkonvention. Ω entspricht dem Winkel zwischen den verschiedenen positiven Richtungen der Achsen. Die normale Vorzeichenkonvention der Rotation ist wie folgt festgelegt:



3. Verzerrung



Wenn es keine Rotation gibt, ist die Matrize symmetrisch, d.h. $a_{21} = a_{12}$

Das einfachste Beispiel ist wie oben, wo $a_{21} = a_{12} = 0$ und

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

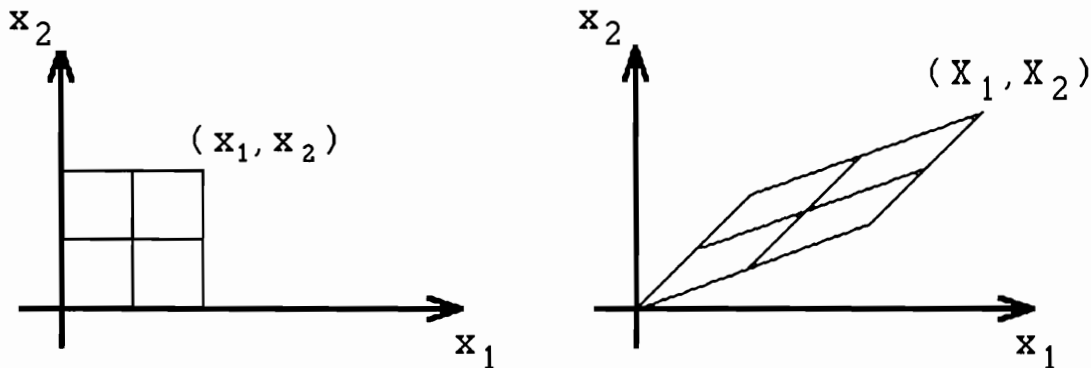
NB. So lange die Verschiebungsschritten nicht infinitesimal klein werden, sind die Verschiebungskomponenten nicht kommutativ, d.h. die Reihenfolge ist wichtig!

Allgemeine homogene Verformung

Die Begriffsbestimmung: Nach der Verformung bleibt die Form der gleichen Elemente konstant, z.B. alle gleichen Rechtecke werden zu gleichen Parallelogrammen abgebildet.

Daran folgt:

- Gerade Linien bleiben gerade.
- Alle ursprünglich parallelen Linien wechseln die Orientierung, aber sie bleiben parallel.
- Die Entfernung zwischen ursprünglich parallelen Linien mit gleichem Abstand verändert sich nach der Verformung, aber der neue Abstand ist wieder konstant.



Allgemein gilt :

$$\begin{aligned} X_1 &= a_{11} x_1 + a_{12} x_2 \\ X_2 &= a_{21} x_1 + a_{22} x_2 \end{aligned}$$

(Wichtig ! Für homogene Verformung sind die Gleichungen linear, d.h. alle 'a' Komponenten sind Konstanten.)

oder in kurzer Tensor-Form

$$X_i = a_{ij} x_j \quad a_{ij} \text{ sind } \underline{\text{Konstanten}}.$$

in Matrix-Form

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

oder $\underline{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \underline{\mathbf{x}}$

Die Lagrang'sche- und Euler'sche Beschreibung

Die Lagrang'sche Beschreibung gibt die Beziehung zwischen dem verformten und dem ursprünglichen Zustand, ausgehend vom ursprünglichen Zustand, d.h. wie oben :

$$\underline{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \underline{\mathbf{x}}$$

Die Euler'sche Beschreibung ist nur die Umkehrung, d.h. ausgehend vom verformten Zustand:

$$\underline{\mathbf{x}} = \mathbf{B} \underline{\mathbf{X}}$$

Multipliziere beide Seiten durch A

$$\mathbf{A} \underline{x} = \mathbf{A} \mathbf{B} \underline{X} \quad \text{aber} \quad \mathbf{A} \underline{x} = \underline{X} \quad \text{und darum muss}$$

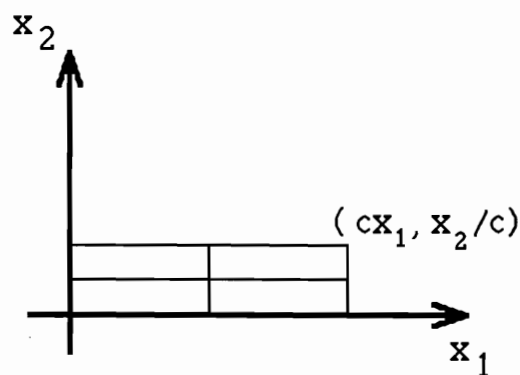
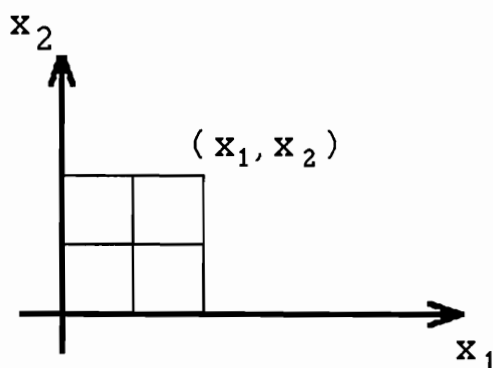
$$\mathbf{A} \mathbf{B} = \mathbf{I} \quad \text{sein (die Identitätsmatrize, siehe Anhang), d.h.}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$$

Die Euler'sche Form der Beschreibung ist für uns als Strukturgeologen oft die wichtigere Form, weil wir normalerweise nur den verformten Zustand messen und von ihm aus auf die ursprüngliche Form zurückrechnen können.

Bestimmte Beispiele von homogener Verformung

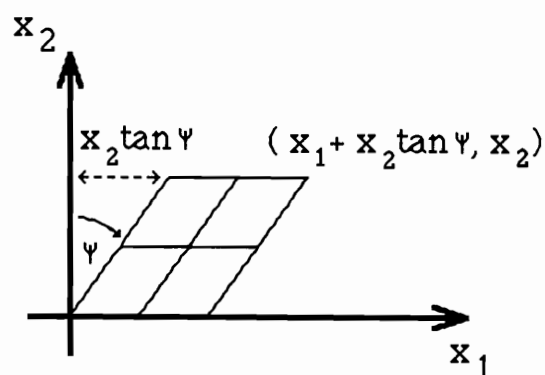
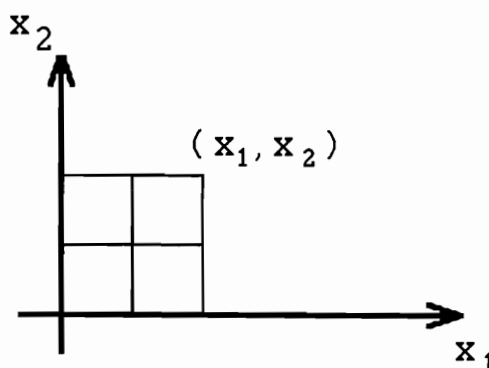
A. Reine Scherung



$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & 1/c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

Keine Rotation, das Volumen bleibt konstant.

B. Einfache Scherung

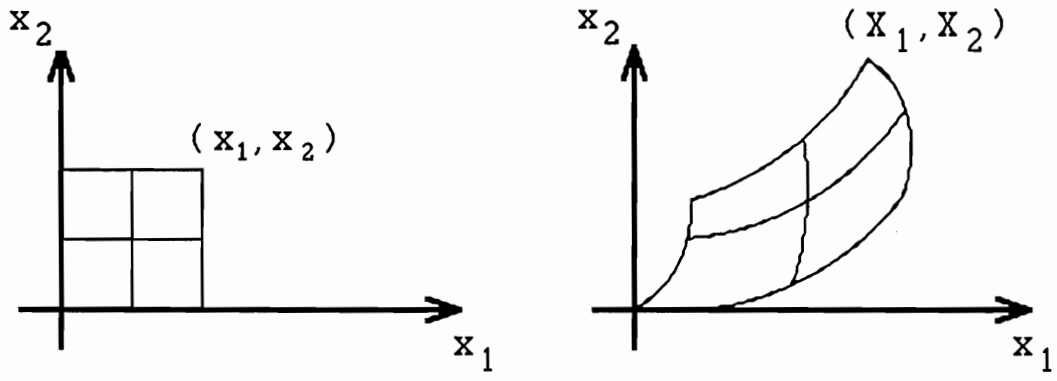


$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \tan \varphi \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

Sie wird oft geschrieben als:

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \gamma \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } \gamma = \tan \varphi$$

4.Heterogene Verformung



$$X_1 = f_1(x_1, x_2, t)$$
$$X_2 = f_2(x_1, x_2, t)$$

t : Zeit, nicht linear

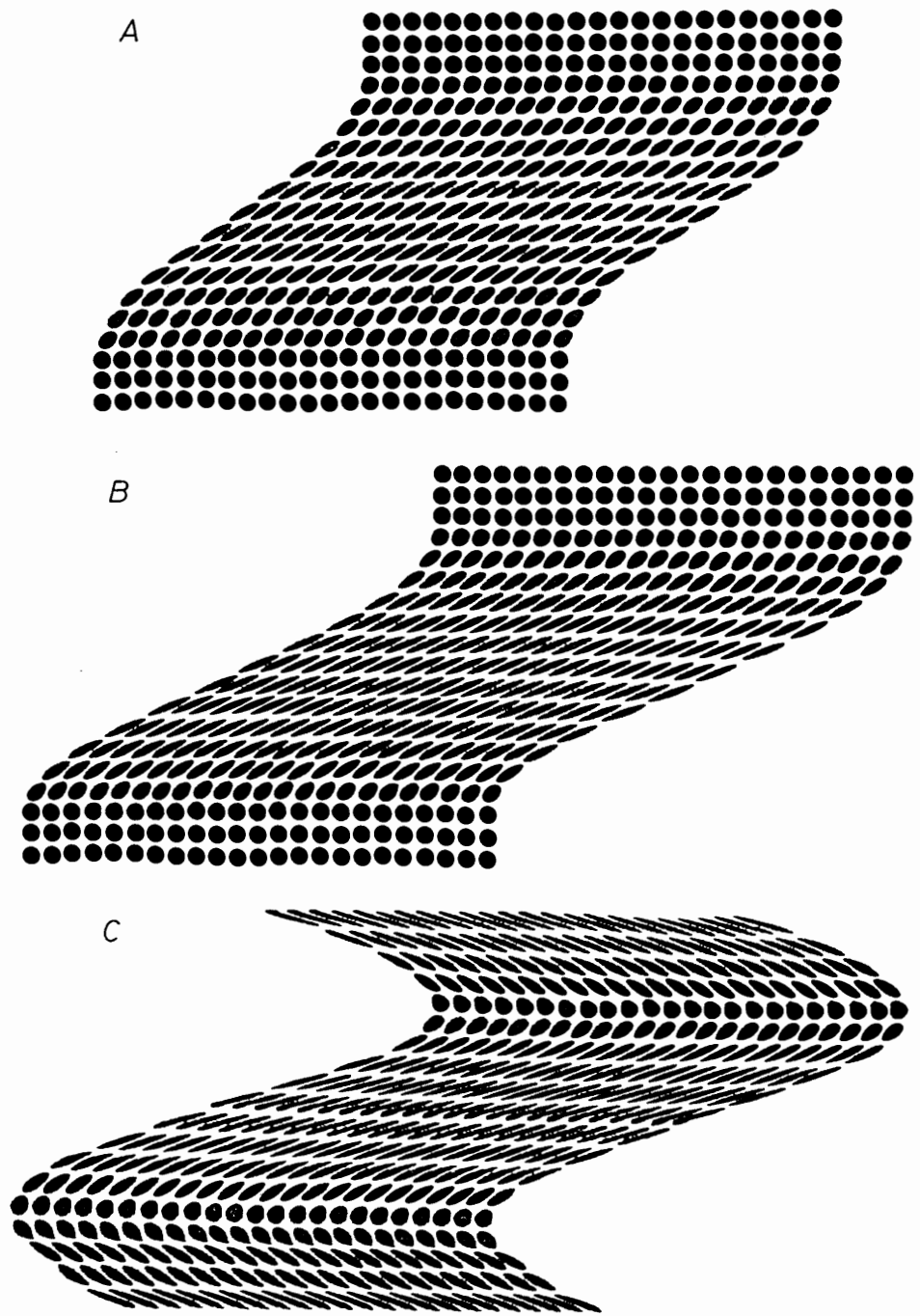


Figure 3.2. Experimental models of deformed circular markers. A and B are shear zones, C is a similar fold. See Questions 3.1 and 3.2.

Messung der Verformung

1) Streckung (Extension)

$$\begin{aligned}
 e &= (l_1 - l_0) / l_0 \\
 &= \Delta l / l_0 \\
 &= (l_1 / l_0) - 1 \\
 1 + e &= l_1 / l_0 \\
 \partial e / \partial t &= (1 / l_0) \partial l_1 / \partial t
 \end{aligned}$$

bei keiner Verformung ist $e = 0$
 + = Verlängerung
 - = Verkürzung

2) Quadratische Streckung

$$\begin{aligned}
 \lambda &= (l_1 / l_0)^2 \\
 &= (1 + e)^2 \\
 1 + e &= \sqrt{\lambda} \\
 &= l_1 / l_0
 \end{aligned}$$

bei keiner Verformung ist $\lambda = 1$

immer +

3) Reziproke quadratische Streckung

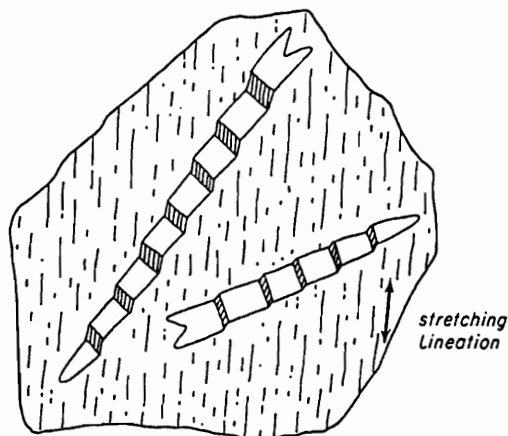
$$\lambda' = 1/\lambda$$

4) Logarithmische Streckung

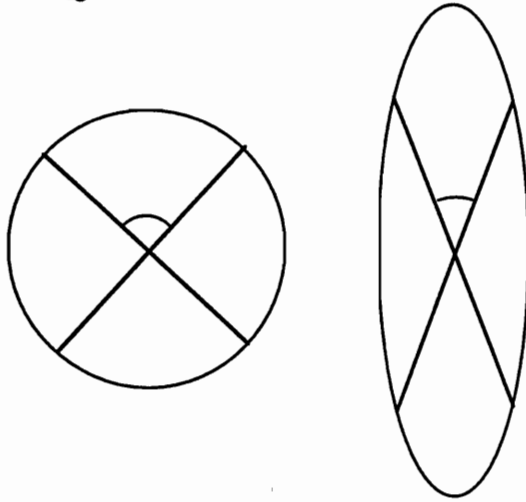
$$\begin{aligned}
 \epsilon &= \sum \Delta l / l \quad \text{wenn } \Delta l \rightarrow 0 \\
 &= \int (1/l) dl \\
 &= \ln (l_1 / l_0) \\
 &= \ln (1 + e) \\
 \partial \epsilon / \partial t &= (1/l_1) \partial l_1 / \partial t
 \end{aligned}$$

bei keiner Verformung ist $\epsilon = 0$

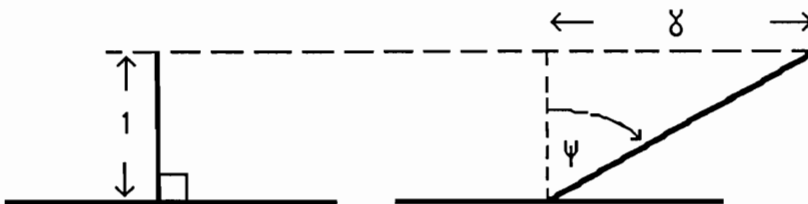
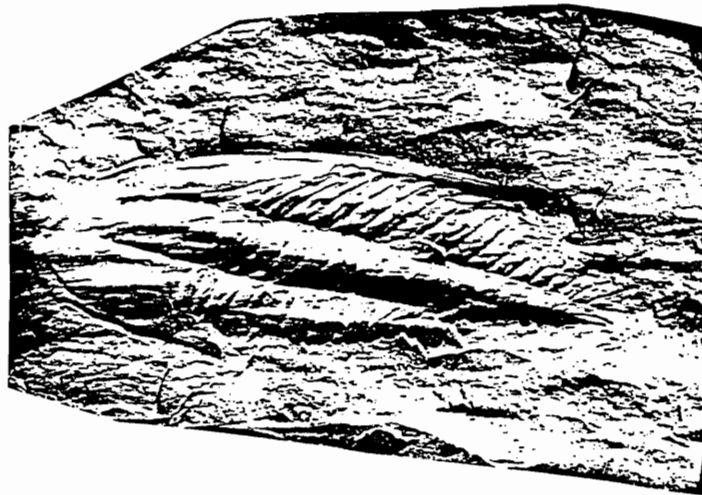
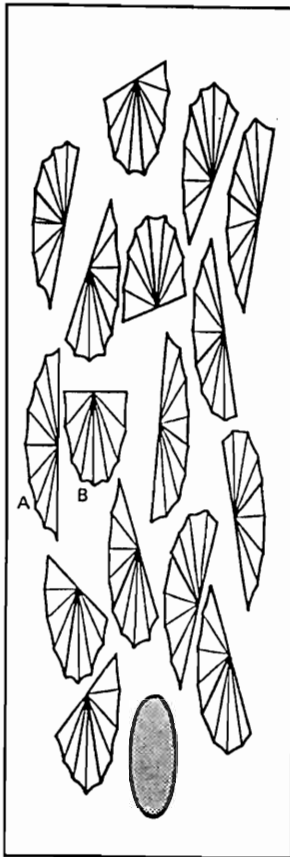
$$-\infty < \epsilon < \infty$$



5) Scherverformung



Winkeländerung durch Verformung



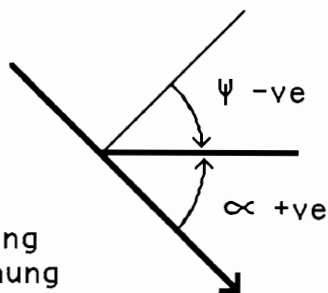
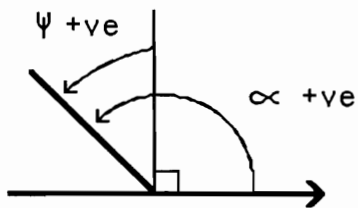
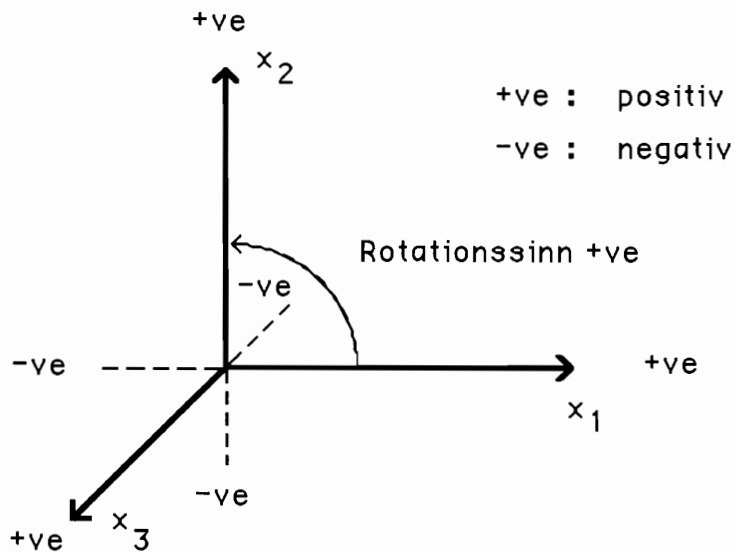
ψ = Winkel der Scherverformung

γ = Scherverformung

= $\tan \psi$

Definition - Rotationssinn

Es gilt die gewöhnliche mathematische "rechte Hand-Regel".



ψ = Scherwinkel
 = Winkel nach der Verformung
 - Winkel vor der Verformung
 = $\alpha - 90^\circ$



Sehr wichtig !

Die Form der Gleichungen ist fast immer von der ursprünglichen Konvention abhängig; d.h. eine andere Vorzeichen-Konvention gibt eine veränderte Form der Gleichungen.

Streckung oder Verkürzung einer Linie

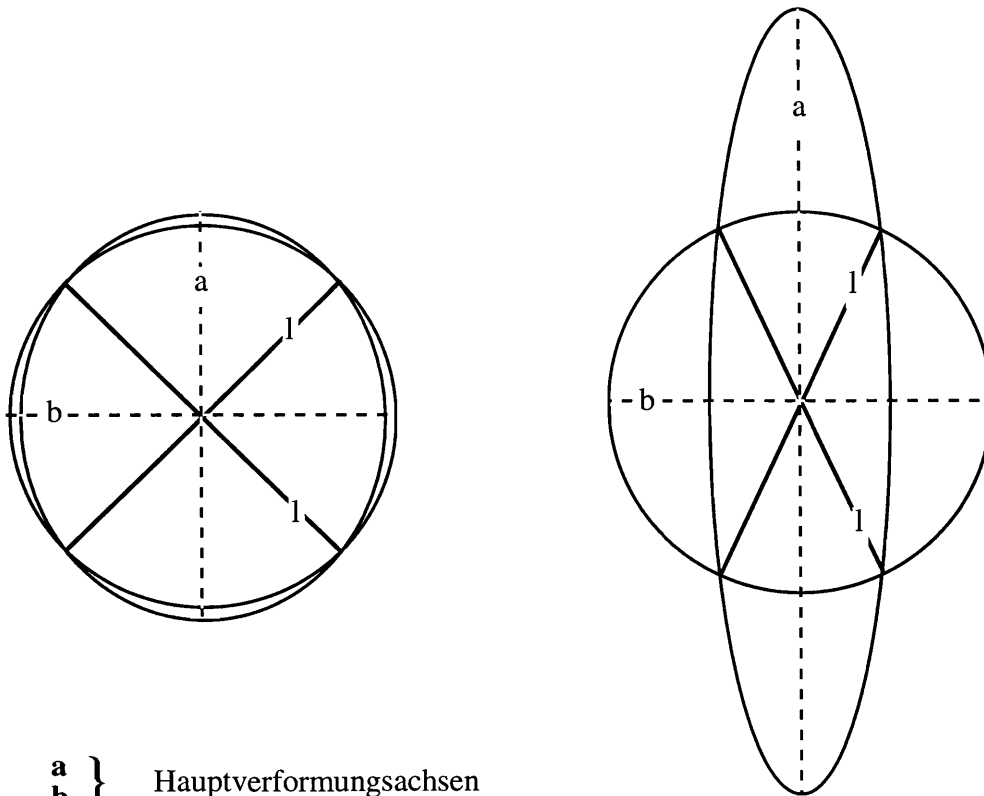
Für jede 180° Periode des Winkels gibt es ein Maximum und ein Minimum für den Wert der Streckung einer Linie.

Diese zwei senkrechten Linien sind die sogenannten Hauptachsen der Verformung.

Sie sind auch die Achsen der Verformungsellipse.

Die ursprüngliche Orientierung dieser Linien ist auch senkrecht, wie die Achsen der Verformungsellipse.

Diese zwei Linien sind die einzigen Linien, die diese Eigenschaft aufweisen.



$\left. \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \right\}$ Hauptverformungsachsen

l Linien ohne Verformung

Rotationskomponente der Verformung (ϖ)

$\varpi = \vartheta' - \vartheta$ $\vartheta' =$ die Orientierung einer Hauptachse
 $\vartheta =$ die Orientierung dieser Linie vor der Verformung

$\tan \varpi = (a_{12} - a_{21}) / (a_{11} + a_{22})$ [Siehe Ramsay & Huber, 1983, Seite 286]

wenn $\varpi = 0$ so muss $a_{12} = a_{21}$ sein,

d.h. die Verschiebungsmatrix muss symmetrisch sein.



$a_{ij} = a_{ji} \quad j \neq i$

Betrag der Hauptverformungsachsen

$$\lambda_1, \lambda_2 = 1/2 [(a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{21}^2 + a_{22}^2) \pm \sqrt{\{(a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{21}^2 + a_{22}^2)^2 - 4(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})^2\}}]$$

[Siehe Ramsay & Huber, 1983, Seite 287]

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 = (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})^2$$

Flächen Dilatation (Δ)

$$\Delta = \frac{\text{endliche Fläche} - \text{ursprüngliche Fläche}}{\text{ursprüngliche Fläche}}$$

$$= \frac{\pi(1+e_1)(1+e_2) - \pi r^2}{\pi r^2}$$

$$= (1+e_1)(1+e_2) - 1$$

wenn $r = 1$

$$1 + \Delta = (1 + e_1) (1 + e_2)$$

$$= (\lambda_1 \cdot \lambda_2)^{1/2}$$

$$= a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

Dies ist die Determinante der Verschiebungsmatrix.

Beispiele1. Einfache Scherung

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & \gamma \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \underline{\mathbf{x}}$$

$$\tan 2\varnothing = -2 / \gamma$$

$$\tan 2\varnothing' = 2 / \gamma$$

♠ wenn $\gamma \rightarrow 0$
 $\tan 2\varnothing' \rightarrow \infty$
 $\varnothing' \rightarrow 45^\circ$

$$\tan \varnothing = \gamma / 2$$

$$\lambda_1, \lambda_2 = 1/2 [2 + \gamma^2 \pm \gamma(4 + \gamma^2)^{1/2}]$$

$$\Delta = 0$$

2. Reine Scherung

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1/a \end{pmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \underline{\mathbf{x}}$$

$$\tan 2\varnothing = 0$$

$$\tan 2\varnothing' = 0$$

$$\tan \varpi = 0$$

$$\lambda_1, \lambda_2 = a^2, 1/a^2$$

$$\Delta = 0$$

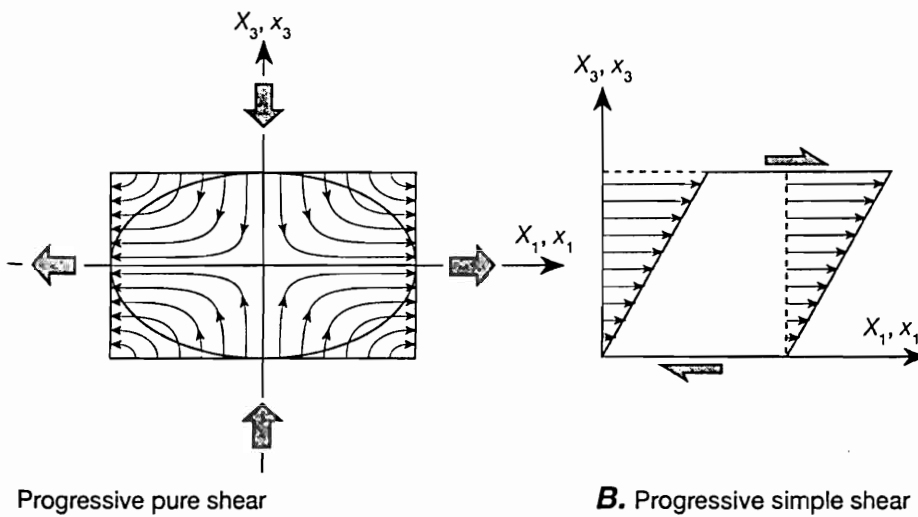


Figure 15.13 Particle motions during two progressive deformations. A. Particle motions during progressive pure shear. The lines with the arrowheads are parallel to the velocity vectors of the particles in the body. B. Particle motions during progressive simple shear are all strictly parallel to the shear plane (X_1 direction). The velocity varies linearly with distance normal to the shear plane (X_3 direction).

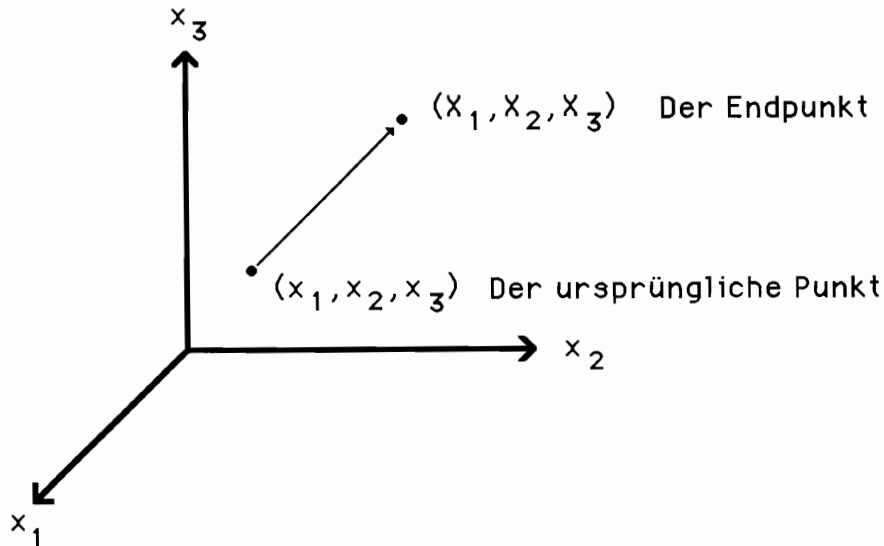
Twiss & Moores 1992
Seite 305

Verschiebung und Verformung in drei Dimensionen

Die Mathematik für die Verformungsanalyse in drei Dimensionen ist komplizierter als die für zwei Dimensionen aber die Grundlagen und die Methoden sind gleich.

Grundlagen (schematisch)

Um ein Punkt im Raum zu bestimmen braucht es drei Komponenten .



Es braucht drei Gleichungen um die Beziehung zwischen dem Endpunkt und dem ursprünglichen Punkt zu beschreiben.

$$\begin{aligned} X_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \\ X_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \\ X_3 &= a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \end{aligned}$$

oder in Matrixform

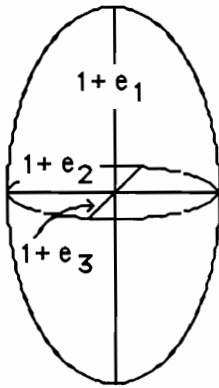
$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

oder, noch kürzer, in Tensorform

$$X_i = a_{ij} x_j \quad \begin{array}{l} \text{wo } i = 1, 2, 3 \\ \quad j = 1, 2, 3 \end{array}$$

Also, in drei Dimensionen brauchen wir 9 Verschiebungskomponenten.
Zum Vergleich, in zwei Dimensionen brauchen wir nur 4.

In drei Dimensionen können wir die Verformung durch das dreidimensionale Deformations- oder Verformungsellipsoid (strain ellipsoid), mit der Einheitsradiuskugel als Ausgangsform, ausdrücken.



Somit haben wir drei Hauptverformungsachsen mit den Längen

- 1+e₁ X - Achse
- 1+e₂ Y - Achse
- 1+e₃ Z - Achse

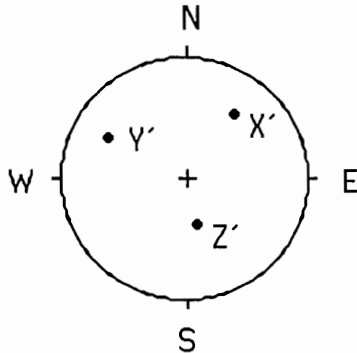
$$e_1 \geq e_2 \geq e_3$$

Wir haben auch drei Hauptverformungsebenen XY, YZ, XZ.

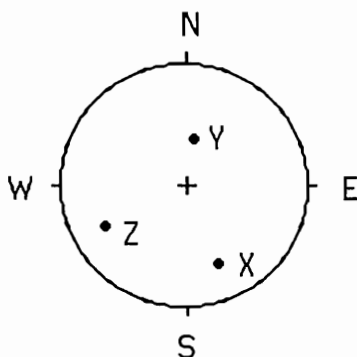
Was ist eigentlich eine zwei-dimensionale Verformungsellipse ?

Die Verformungsellipse ist eine allgemeine Schnittfläche durch das Verformungsellipsoid.

Die drei Hauptverformungsachsen stehen senkrecht zueinander, und haben daher eine bestimmte Orientierung im Raum, z.B. in stereographischer Projektion :



Die drei Achsen entwickelten sich aus drei anderen Richtungen, die ursprünglich senkrecht zueinander standen :



Die 9 Verschiebungskomponente geben 9 Verformungskomponente :

- 3 Verformungsachsen Längen
- 3 Richtungen vor der Verformung
- 3 Richtungen nach der Verformung

Der Geologe kann im allgemein maximal 6 Komponenten messen :

$$\begin{matrix} 1+e_1 \\ 1+e_2 \\ 1+e_3 \end{matrix}$$

plus die Orientierung der drei Hauptachsen nach der Verformung.

Oft sind es aber nur deren 5 Messungen:

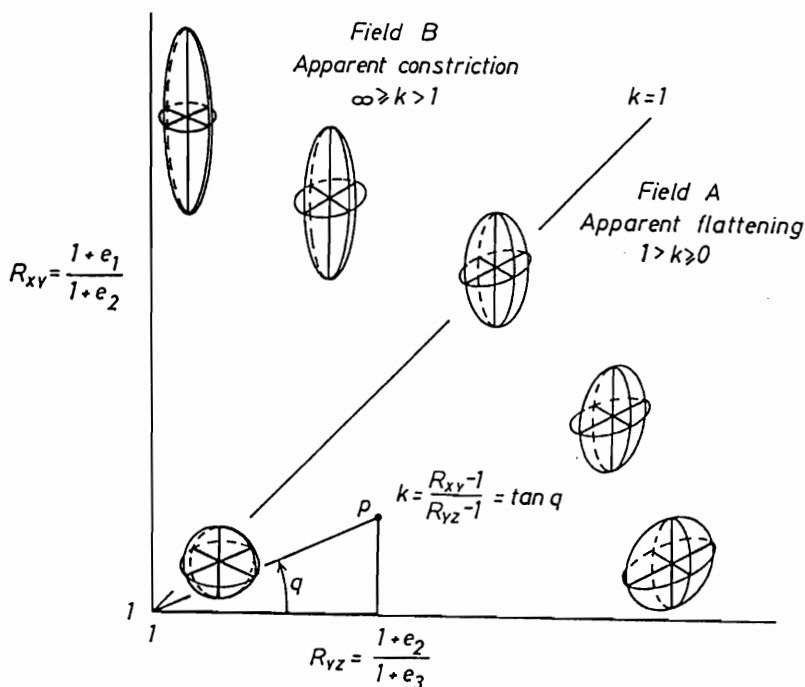
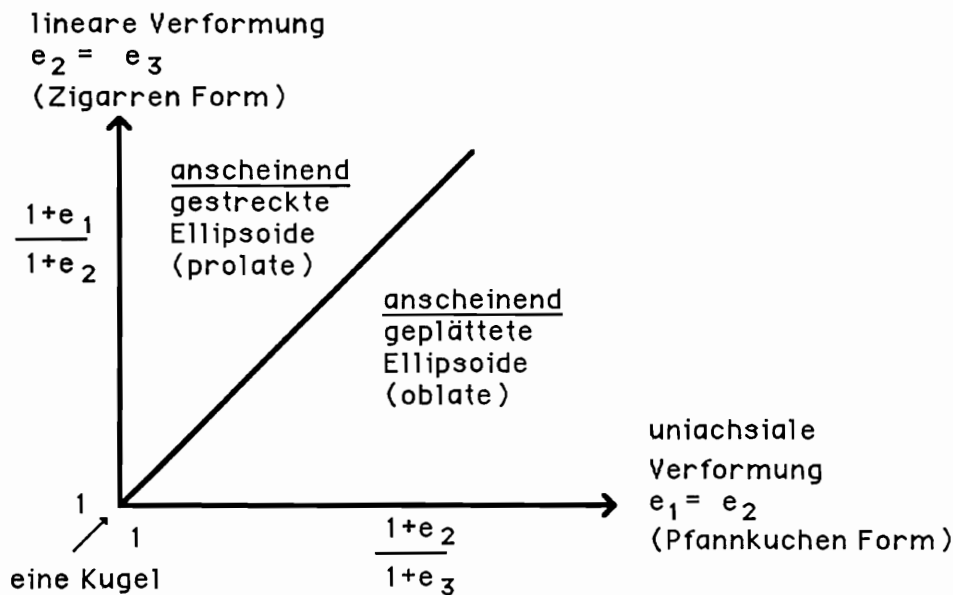
die Verhältnisse $(1+e_1)/(1+e_2)$ & $(1+e_2)/(1+e_3)$

plus die Orientierung der drei Hauptachsen nach der Verformung.

Sehr selten kann man die ursprüngliche Orientierung der Hauptachsen bestimmen.

Die Formen der Verformungsellipsoide

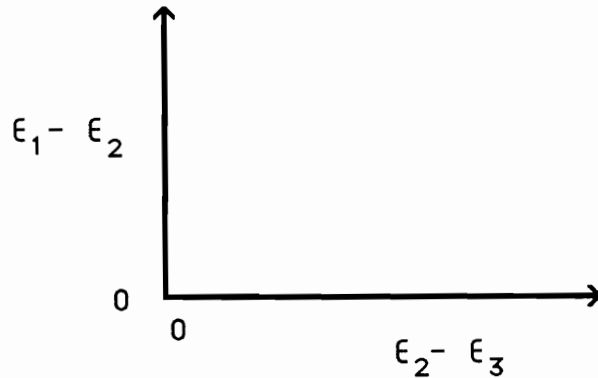
Sie können mit einer graphischen Darstellung abgebildet werden - das sogenannte Flinn Diagramm.



Oder, in logarithmischer Darstellung :

$$\ln[(1+e_1)/(1+e_2)] = \ln(1+e_1) - \ln(1+e_2)$$

$$= \epsilon_1 - \epsilon_2 \quad (= \text{die logarithmische Streckung})$$



Warum anscheinend gestreckte oder geplättete Ellipsoide?

Rein gestreckte Ellipsoide haben $e_2 < 0$

Rein geplättete Ellipsoide haben $e_2 > 0$

Eben verformte Ellipsoide haben $e_2 = 0$ ("plane strain")

Die Felder im Flinn Diagramm entsprechen diesen Gruppen von Ellipsoiden genau nur dann, wenn es keine Volumenänderung gibt!

Allgemeine Gleichung der Volumenänderung in 3-D

$$\begin{aligned} \text{Das Volumen einer Kugel} &= \pi r^3 \\ &= \pi \quad \text{für } r=1 \end{aligned}$$

Nach der Verformung ist die ursprüngliche Kugel ein Ellipsoid mit dem Volumen

$$= \pi (1+e_1) (1+e_2) (1+e_3)$$

Verhältniszahl der Volumenänderung

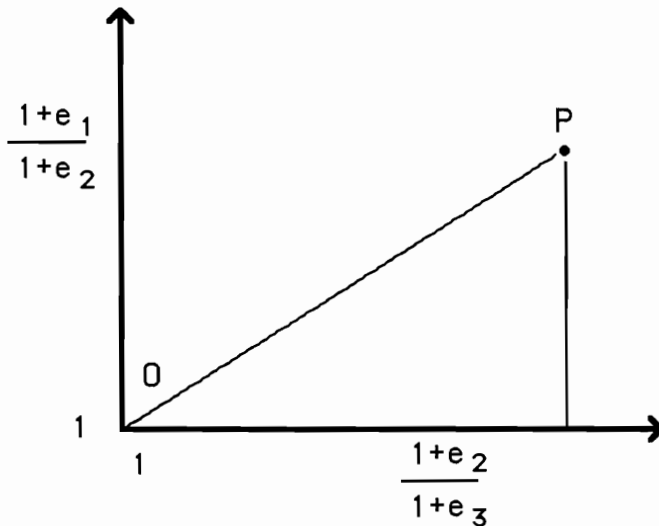
$$= \frac{\pi (1+e_1) (1+e_2) (1+e_3)}{\pi}$$

$$= (1+e_1) (1+e_2) (1+e_3)$$

$$= 1 + \Delta \quad \text{wobei } \Delta = \text{die Dilatation.}$$

Der Flinn k-Wert

Jedes Ellipsoid hat einen sogenannten k-Wert.
In linearer Darstellung:



Der k-Wert ist das Verhältnis $\frac{\text{Ordinate} - 1}{\text{Abszisse} - 1}$ (d.h. die Steigung der Linie OP)

$$k = \frac{[(1+e_1)/(1+e_2)] - 1}{[(1+e_2)/(1+e_3)] - 1}$$

anscheinend gestreckte Ellipsoide haben $\infty \geq k > 1$
anscheinend geplättete Ellipsoide haben $1 > k \geq 0$

Ellipsoide die entlang der Linie $k=1$ liegen, haben die Eigenschaft :-

$$\frac{1+e_1}{1+e_2} = \frac{1+e_2}{1+e_3}$$

d.h. $(1+e_1)(1+e_3) = (1+e_2)^2$ ————— (1)

Wenn wir keine Volumenänderung haben, folgt (siehe oben):

$$(1+e_1)(1+e_2)(1+e_3) = 1$$

oder $(1+e_1)(1+e_3) = 1/(1+e_2)$ ————— (2)

Kombination von (1) und (2), dann muss

$$1/(1+e_2) = (1+e_2)^2$$

oder $(1+e_2)^3 = 1 \Rightarrow e_2 = 0$!!!!!

Für Ellipsoide ohne Volumenänderung (d.h. $\Delta = 0$) und mit $k = 1$, ist $e_2 = 0$.
Also, solche Ellipsoide sind eben verformte Ellipsoide.

Wenn wir eine Volumenänderung haben, wo finden wir eben verformte Ellipsoiden auf dem Flinn Diagramm?

Aus der Definition solcher Ellipsoide folgt

$$e_2 = 0 \quad \text{oder}$$

$$(1+e_2) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \text{d.h. keine Verkürzung oder Verlängerung einer Linie, die parallel zur intermediären Achse liegt.}$$

Aber es gilt

$$1+\Delta = (1+e_1)(1+e_2)(1+e_3) \quad \text{— siehe oben !}$$

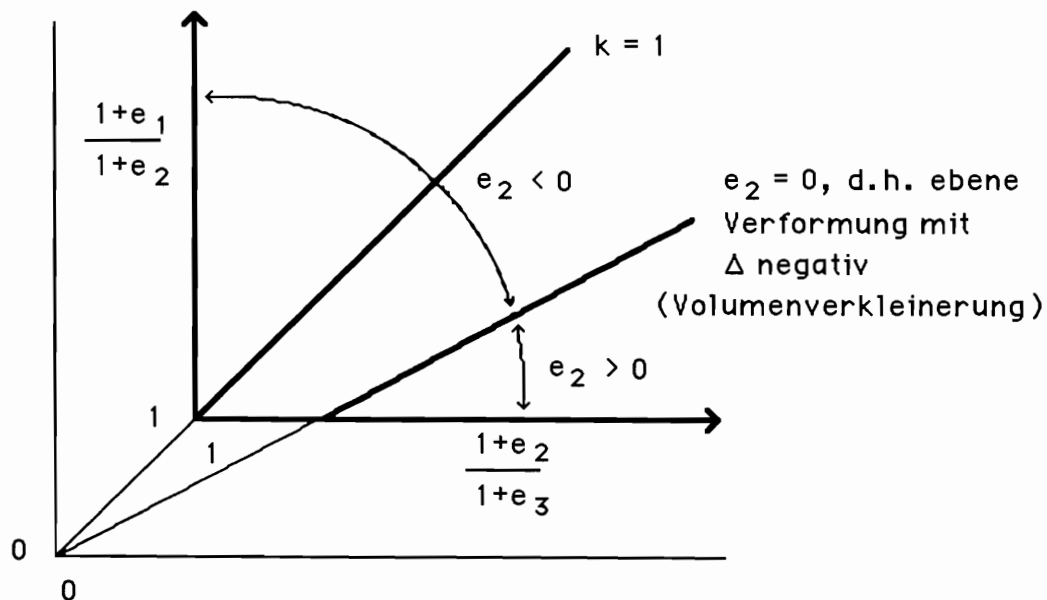
mit $(1+e_2) = 1$

$$\begin{aligned} &= (1+e_1)(1+e_3) \\ &= \frac{(1+e_1)}{(1+e_2)} * \frac{(1+e_3)}{(1+e_2)} \end{aligned}$$

oder

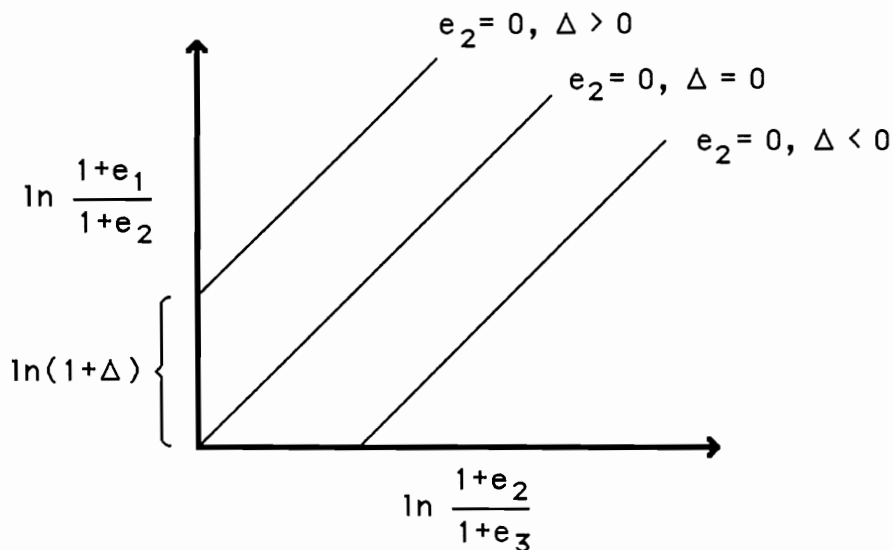
$$\frac{(1+e_1)}{(1+e_2)} = (1+\Delta) \frac{(1+e_2)}{(1+e_3)}$$

Diese Gleichung beschreibt eine Gerade durch (0,0) mit Steigung $(1+\Delta)$, wie sie auf dem folgenden Flinn-Diagramm dargestellt ist:



Noch besser ist ein Darstellung in einem logarithmischen Flinn-Diagramm:

$$\ln \frac{(1+e_1)}{(1+e_2)} = \ln(1+\Delta) + \ln \frac{(1+e_2)}{(1+e_3)}$$

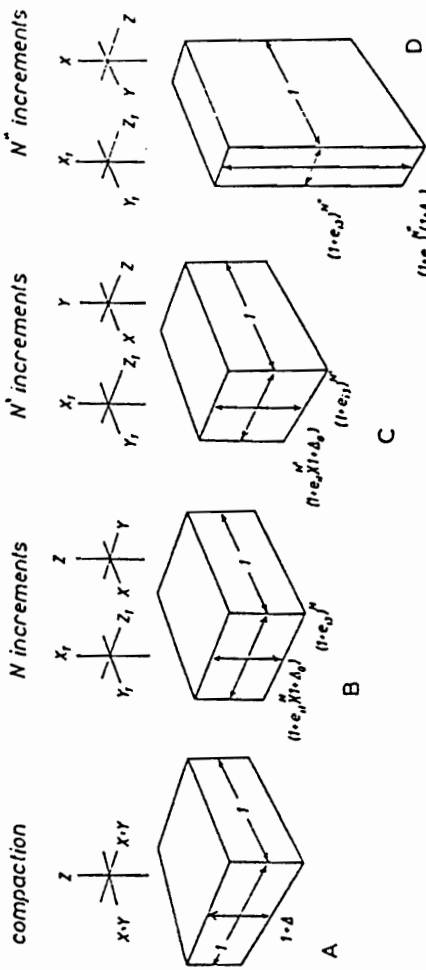


Einfluss einer älteren Verformungsphase

z. Bsp. diagenetische Kompaktion

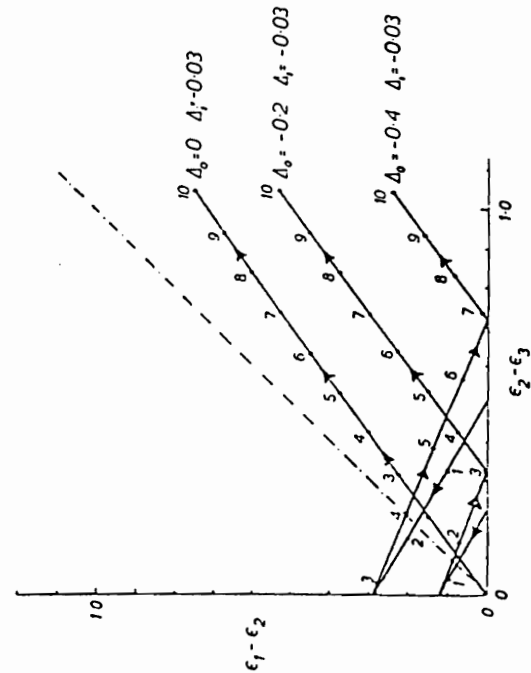
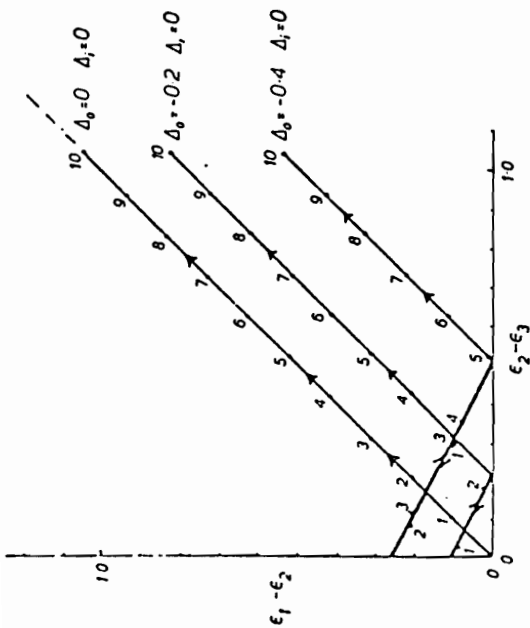
Eine weitere Verformung eines schon verformten Gesteines kann einen ziemlich komplizierten Gesamtverformungsweg im Flinn-Diagramm verursachen.

Ein einfaches Beispiel mit konstanter, koaxialer Verformung und ohne Körperrotation ist auf dem nächsten Flinn-Diagramm dargestellt: ein homogenes Gestein wird zuerst senkrecht zur Schichtung verkürzt (durch diagenetische Kompaktion \Leftrightarrow uniachsiale Verformung: $k=0$) und dann später von einer schicht-parallelten tektonischen Verformung deformiert (sehr realistisches Beispiel. Man denke nur an die Bildung von Tonschiefer).

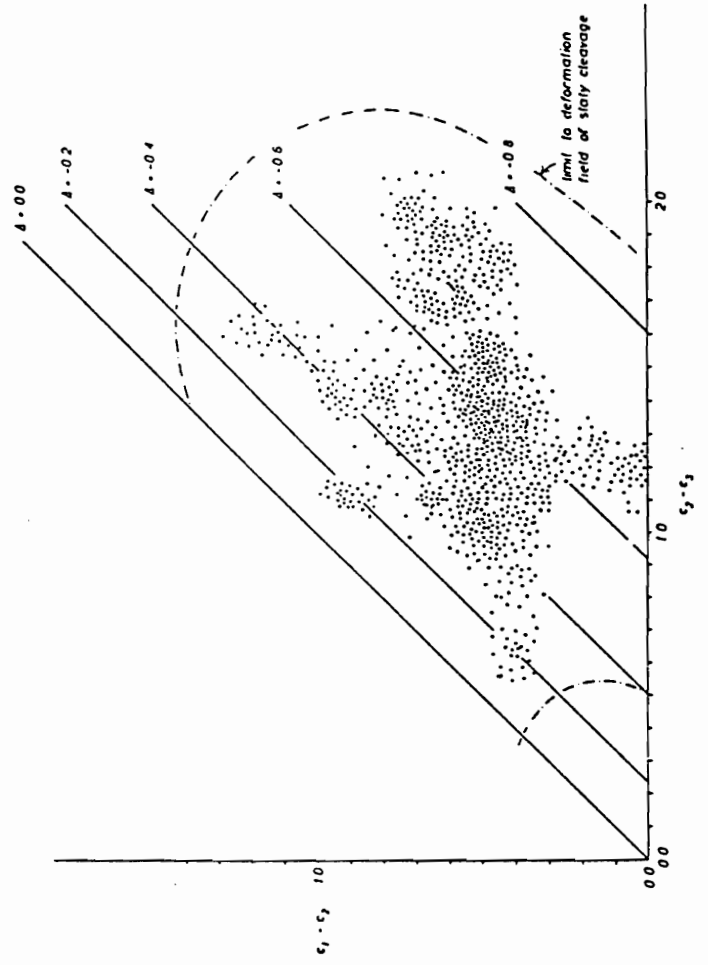


Deformation scheme for the supposition of increments of tectonic deformation on a previously compacted sediment. X_T, Y_T and Z_T represent the axes of tectonic strain, X, Y and Z represent the axes of finite strain.

Deformation paths for progressive deformation of previously compacted rock without incremental volume change.



Deformation paths for progressive deformation of previously compacted rock with incremental volume change. $\Delta_1 = -0.03$ implies a 3% incremental volume loss per 10% shortening increment. The numbers on each path refer to the number of increments of tectonic (post compaction) strain.



The strain states of 990 slates from the Caledonides of northwest Europe and the eastern United States. For details see text.

Beziehung zwischen 2-D und 3-D Verformung

Wir können verschiedene Verformungsellipsoide haben, deren Form von den Werten der Hauptverformungsachsen bestimmt werden.

Wir wollen nun mathematisch alle Möglichkeiten dieser Formen betrachten:

Vor der Verformung haben wir eine Kugel. Durch die Verzerrung ist diese Kugel in ein Ellipsoid mit den Hauptachsen

$$(1+e_1) \geq (1+e_2) \geq (1+e_3) \text{ abgebildet.}$$

Möglichkeiten:

A. $e_1 > e_2 > e_3 > 0$

Praktisch ist dieses Ellipsoid unmöglich. Dieses Ellipsoid weist eine enorme Zunahme des Volumens auf.

B. $e_1 > e_2 > 0 > e_3$

Möglich !

C. $e_1 > 0 > e_2 > e_3$

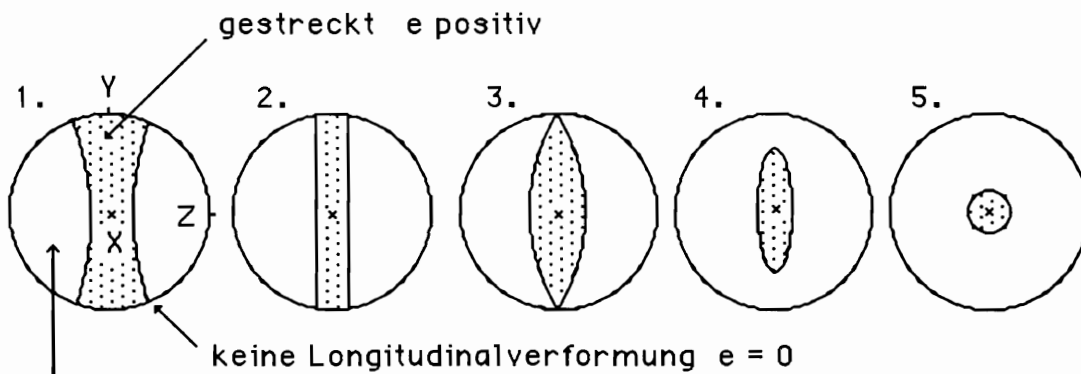
D. $0 > e_1 > e_2 > e_3$

Unrealistisch. Dieses Ellipsoid weist eine enorme Verkleinerung des Volumens auf.

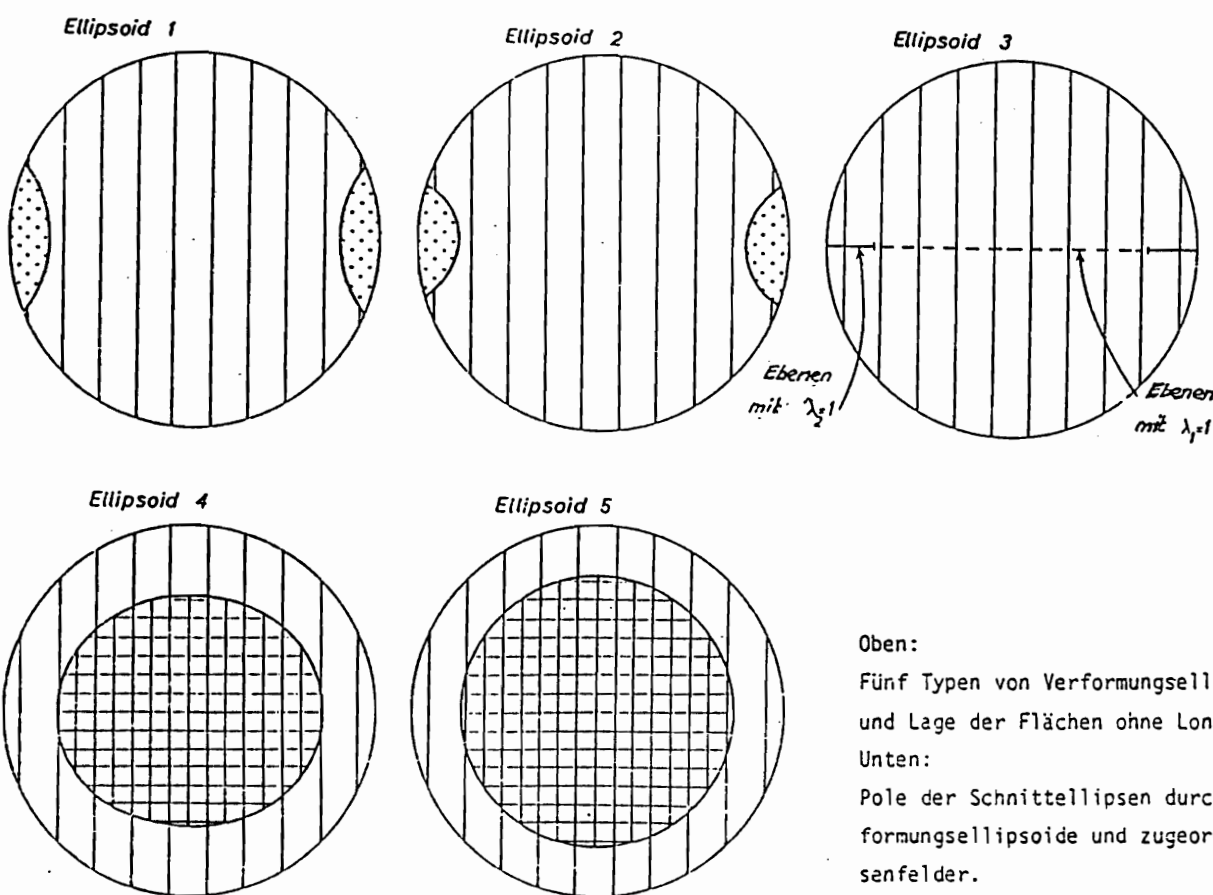
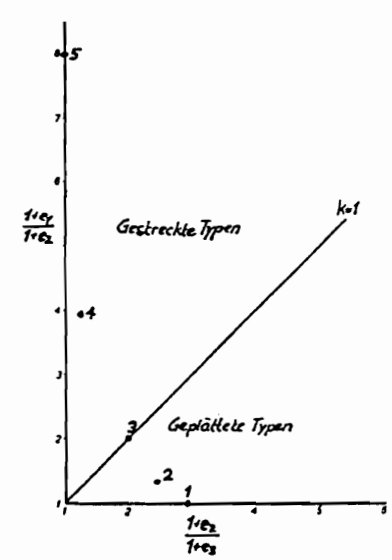
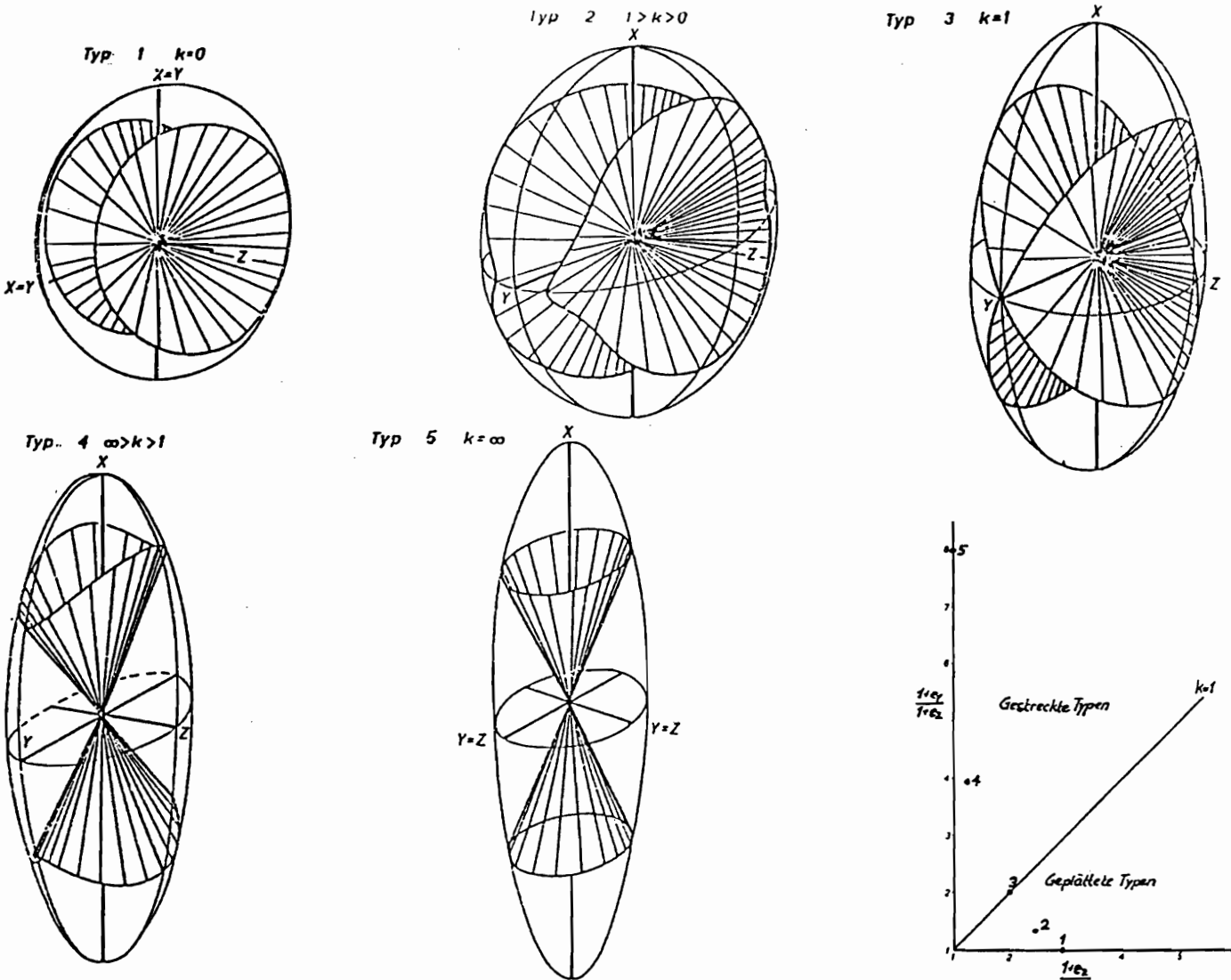
Innerhalb der beiden Gruppen B und C können wir bestimmte Typen beschreiben:

- | | | | |
|----|-----------------------|---------------------------------|----------------------|
| 1. | $e_1 = e_2 > 0 > e_3$ | rein geplättete | |
| 2. | $e_1 > e_2 > 0 > e_3$ | Ellipsoide | ← planare Verformung |
| 3. | $e_1 > e_2 = 0 > e_3$ | ebene Verformung (plane Strain) | |
| 4. | $e_1 > 0 > e_2 > e_3$ | rein gestreckte | |
| 5. | $e_1 > 0 > e_2 = e_3$ | Ellipsoide | ← lineare Verformung |

Betrachten Sie das Diagramm. Es stellt die Volumen der gestreckten und verkürzten Linien und die Flächen mit keiner Longitudinalverformung, die diese verschiedenen Felder trennen, dar. Wir können die Richtungen aller Linien auch auf dem Stereonetz darstellen. Dann haben wir für die 5 verschiedene Ellipsoid-typen :



X : $1+e_1$
 Y : $1+e_2$
 Z : $1+e_3$



Strahlellipsenfelder

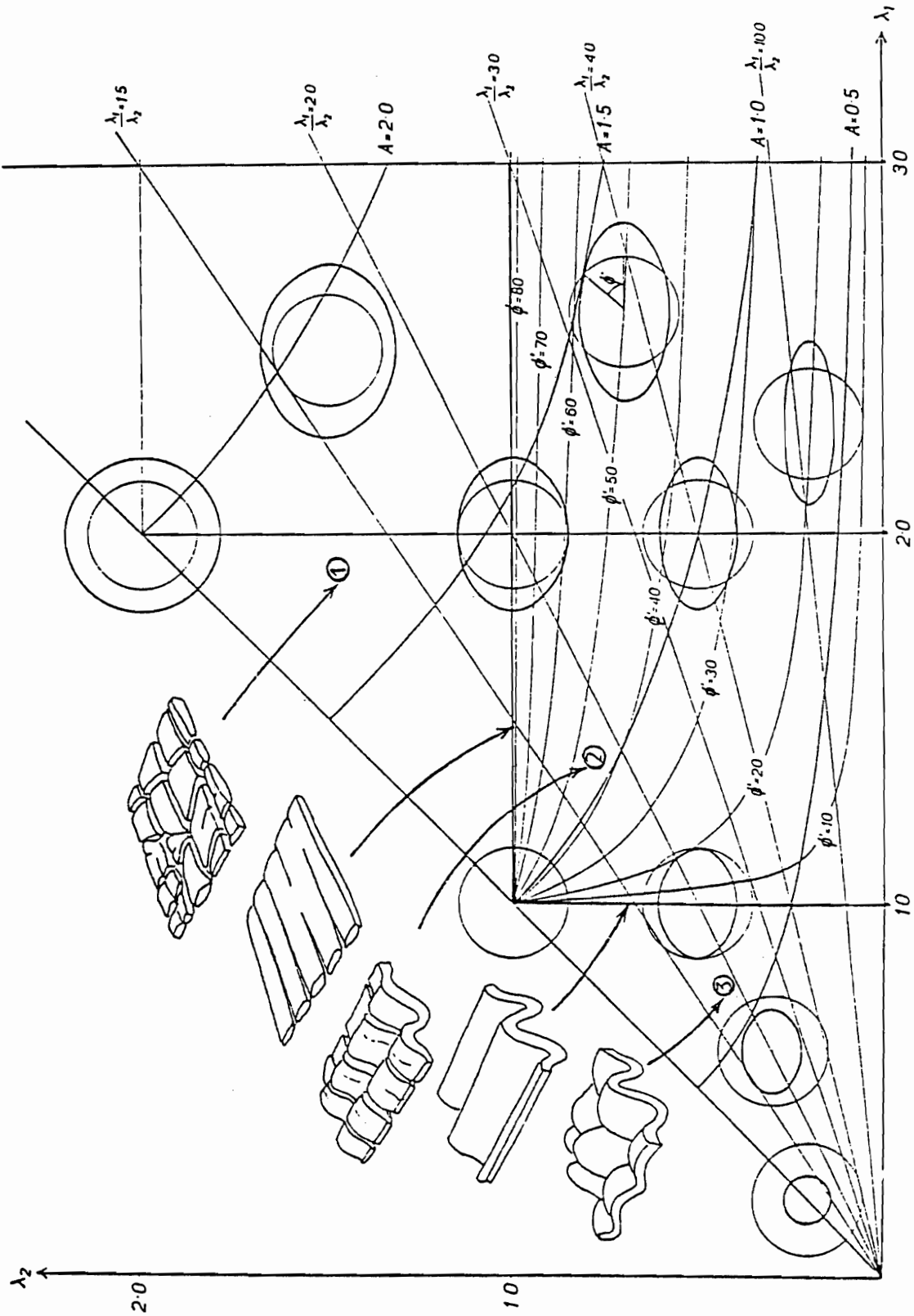
	1	$\lambda_1 > \lambda_2 > 1$
	2	$\lambda_1 > 1 > \lambda_2$
	3	$1 > \lambda_1 > \lambda_2$

Ebenen mit $\lambda_2=1$

Ebenen mit $\lambda_1=1$

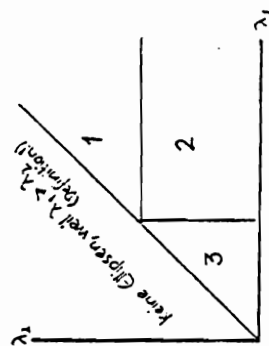
Oben:
Fünf Typen von Verformungsellipsoiden (mit konst. Vol) und Lage der Flächen ohne Longitudinalverformung.

Unten:
Pole der Schnittellipsen durch die 5 Typen der Verformungsellipsoide und zugeordnete Verformungsellipsenfelder.

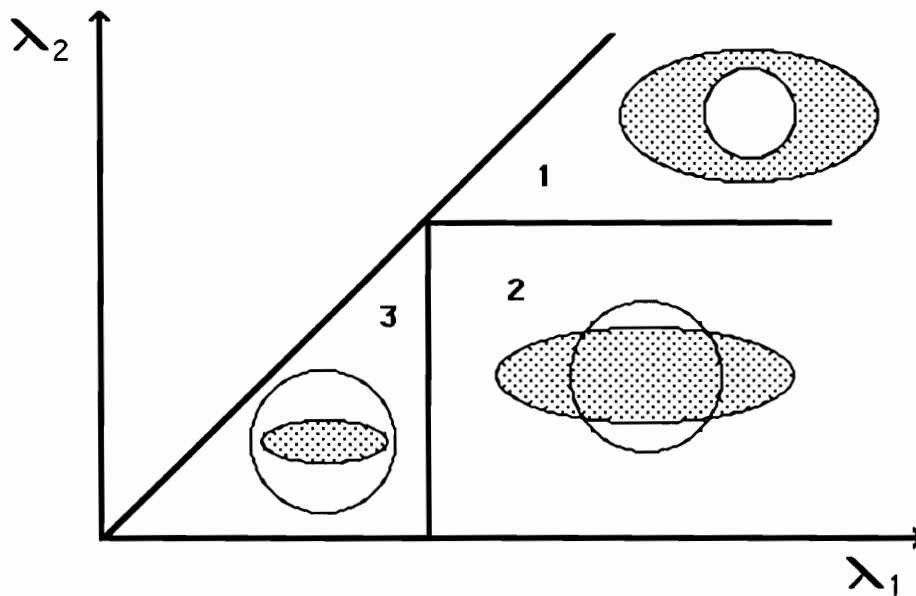


GRAPHISCHE METHODE ZUR DARSTELLUNG ALLER VERFORMUNGSELLIPSEN
(UND ZUGEORDNETE GEOLOGISCHE STRUKTUREN)

FELD 3 : $\lambda_1, \lambda_2 > 1$ Biecdingage
 FELD 2 : $\lambda_1 > 1 > \lambda_2$ allgemeiner Fall
 FELD 3 : $\lambda_1, \lambda_2 < 1$ Poppel-falten



Die verschiedene Typen der zwei-dimensionalen Verformungsellipsen können graphisch dargestellt werden.:



Im allgemeine ist die Verformungsellipse ein Schnitt durch das 3- dimensionale Verformungsellipsoid. In allen Ellipsoiden können wir Ellipsen des Feldes 2 finden. In Ellipsoiden der Typus 1 & 2 gibt es auch Ellipsen des Feldes 1, und in Ellipsoiden der Typus 4 & 5 können wir Ellipsen des Feldes 3 finden.

	<u>Ellipsoide</u>	<u>Ellipse-Felder</u>	<u>Geologische Strukturen</u>
1.	$e_1 = e_2$ [Pfannkuchen] geplättete Verformung	Felder 1 + 2	Faltungen + Boudinage (2) oder Doppelboudinage (1)
2.		Felder 1 + 2	
3.	$e_2 = 0$ ebene Verf.	<u>nur</u> Feld 2	Faltungen + Boudinage (2)
4.	lineare Verformung	Felder 2 + 3	Faltungen + Boudinage (2) oder
5.	$e_2 = e_3$ [Zigarre]	Felder 2 + 3	Doppelfaltungen (3)